

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ, 8.02.2025  
Clasa a VI-a

1. (7p) Se consideră numerele  $a = 4n + 5$  și  $b = 7n + 9$ , unde  $n$  este număr natural. Arătați că pentru orice număr natural  $n$  are loc egalitatea  $[a, b] = a \cdot b$ , unde  $[a, b]$  reprezintă cel mai mic multiplu comun a numerelor  $a$  și  $b$ .
2. (7p) Determinați numerele naturale  $x, y, z$ , știind că  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}, \frac{y}{6} = \frac{z}{5}$  și  $4x^2 + y^2 + 5z^2 = 2025$ .
3. Fie unghiurile  $\angle A_1OA_2, \angle A_2OA_3, \angle A_3OA_4, \dots, \angle A_nOA_1$ ,  $n$  unghiuri în jurul unui punct  $O$ , fiecare având măsura de  $1^\circ 20'$  și  $d$  mediatoarea segmentului  $OA_1$ .
- a) (3p) Determinați numărul natural  $n$ .
- b) (4p) Aflați elementele mulțimii  $M = \{i \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq i \leq n, OA_i \cap d \neq \emptyset\}$ .
4. Se consideră unghiul  $AOB$  cu măsura de  $150^\circ$ . Perpendiculara în punctul  $B$  pe  $OB$  intersectează bisectoarea unghiului  $AOB$  în punctul  $M$ . Fie  $C$  un punct pe dreapta  $BM$ ,  $C$  situat între  $B$  și  $M$ . Paralela la  $OA$  dusă prin punctul  $C$  intersectează bisectoarea  $OM$  în punctul  $D$ .
- a) (4p) Aflați măsura unghiului  $DCB$ .
- b) (3p) Demonstrați că măsurile unghiurilor  $AOM$  și  $MDC$  sunt invers proporționale cu  $\frac{1}{25}$  și  $\frac{1}{35}$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timp efectiv de lucru: 3 ore.